

מבחן בקורס תרמודינמיקה סטטיסטית (351.3209)

פרופ' חיים דימנט

יש לענות על שלוש שאלות מתוך הארבע.

מותר שימוש בכל חומר עזר.

אין צורך לרשום מחדש דברים שנרשמו כבר בספר, במחברת הכתה, בתרגילים או בפתרונותיהם.

כל התוצאות צריכות להיות מבוטאות באמצעות נתוני השאלה בלבד.

משך המבחן שלוש שעות.

1. המרחק בין שני גרעיני החנקן במולקולת N_2 הוא 1.094 \AA , ותדירות הויברציה היא $7.07 \times 10^{13} \text{ s}^{-1}$.

הניחו גז חנקן אידיאלי בטמפרטורה 25°C ולחץ אטמוספרי, הנמצא במיכל גדול כרצוננו.

א. העריכו בחישוב פשוט אילו דרגות חופש מולקולריות תורמות לקיבול החום של הגז. (9 נק)

ב. באיזו טמפרטורה צריך להיות הגז כדי שכל דרגות החופש המולקולריות (ללא ערורים

אלקטרוניים) תתרומנה לקיבול החום? האם ניתן לגרום לכך גם ע"י שינוי הלחץ תוך שמירת

טמפרטורה של 25°C ? נמקו מדוע. (9 נק)

ג. חשבו את האנטרופיה פר מולקולה של הגז בתנאים הנתונים בתחילת השאלה. (15 נק)

2. נתון גז אידיאלי של בוזונים בעלי ספין 1 ומסה m , הנמצא בנפח V , טמפרטורה $T = (k_B \beta)^{-1}$

ופוטנציאל כימי μ .

א. בהנחה שהגז נמצא מעל טמפרטורת ההתעבות, כתבו ביטוי מדויק עבור האנרגיה הפנימית,

$$U(T, V, \mu) \quad (6 \text{ נק})$$

ב. בהנחה שהגז נמצא מעל טמפרטורת ההתעבות, כתבו ביטוי מדויק עבור הלחץ, $p(T, \mu)$. (12 נק)

ג. הוכיחו:
$$U = \frac{3}{2} pV$$

קבעו, ללא חישוב, האם משוואה זו צריכה, או איננה צריכה, להתקיים גם עבור גז אידיאלי

מונואטומי קלאסי; הסבירו מדוע. עתה הראו מפורשות שקביעתכם נכונה. (15 נק)

3. נתונים שני משטחים מקבילים, ניצבים לציר x . משטח אחד ממוקם ב- $x = 0$, ואילו השני יכול לנוע מימינו לאורך ציר x . לכל משטח שטח A ומסה m . המשטחים טעונים בצפיפויות מטען שוות בגודלן והפוכות בסימן, $(+\sigma)$ ו- $(-\sigma)$, דבר הגורם למשיכה חשמלית ביניהם באנרגיה פוטנציאלית של $E_{\text{pot}} = 4\pi\sigma^2 Ax$, כאשר $x \geq 0$ הוא המרחק ביניהם. המערכת נמצאת בטמפרטורה T .
- א. כתבו את ההמילטוניאן של המערכת, וחשבו את פונקציית החלוקה הקלאסית שלה. (10 נק)
- ב. חשבו את קיבול החום. האם ניתן לקבל תוצאה זו מעקרון החלוקה השווה? הסבירו. (10 נק)
- ג. חשבו את המרחק הממוצע בין המשטחים ואת הפלקטואציה הריבועית (השונות) שלו. (13 נק)

4. א. הוכיחו את הקשר הכללי הבא עבור המומנט ה- n -י של האנרגיה בצבר הקנוני: (12 נק)

$$\langle E^n \rangle = \frac{(-1)^n}{Z} \left(\frac{\partial^n Z}{\partial \beta^n} \right)_{V,N}$$

- ב. הראו כי עבור גז אידיאלי מונואטומי בלתי-מנוון מתקיים: (12 נק)

$$\frac{\langle E^{n+1} \rangle}{\langle E^n \rangle} = \left(\frac{3}{2} N + n \right) k_B T$$

- ג. מצאו את $\langle E^3 \rangle$ עבור גז אידיאלי מונואטומי בלתי-מנוון. (9 נק)

בהצלחה!