

5/12/11

תרמודינמיקה סטטיסטית

תרגיל מס' 3: גז אידיאלי בלתי מנוון

1. נתון גז אידיאלי לא מנוון, המכיל N אטומים בנפח V במגע עם אמבט חום בטמפרטורה T . הלחץ (הממוצע) של הגז ניתן ע"י משוואת המצב של גז אידיאלי. אנו מעוניינים לחשב את הפלקטואציה בלחץ.
- א. זהו את המשתנה המיקרוסקופי, אשר הממוצע התרמודינמי שלו נותן את הלחץ.
- ב. חשבו את השונות (סטיית התקן בריבוע) של משתנה זה. הדרכה: הניחו שהגז נתון בתוך קופסא בצורת קוביה (הרי צורת הקופסא איננה מהותית!). החישוב נהיה פשוט, אם שמים לב שהאנרגיה של כל מצב מיקרוסקופי תלויה בנפח דרך חוק חזקה, $E_\alpha \sim V^{-\delta}$, ולכן גזירה לפי V שקולה לכפל ב- $(-\delta/V)$.
- ג. מהי הפלקטואציה היחסית, $\Delta p / p$, עבור אטום יחיד? כמה אטומים צריך הגז להכיל כדי שהפלקטואציה היחסית בלחץ תהיה פרומיל (10^{-3})?
2. השלימו את הטיפול בגז אידיאלי דיאטומי ע"י הוספת דרגות חופש ויברציוניות. לכל מולקולה דיאטומית יש דרגת-חופש ויברציונית אחת, המיוצגת ע"י אוסצילטור הרמוני חד-ממדי בעל תדירות ω .
- א. חשבו את תרומת הוויברציה לפונקציית החלוקה הקנונית, לאנרגיה החופשית של הלמהולץ, לאנטרופיה, לאנרגיה הפנימית ולקיבול החום.
- ב. חשבו את התרומה לקיבול החום בגבול של טמפרטורות גבוהות, $k_B T \gg \hbar \omega$, ובגבול של טמפרטורות נמוכות.
- ג. שרטטו סכמתית את קיבול החום הכולל של גז אידיאלי דיאטומי כפונקציה של טמפרטורה.
- הערה: החישוב שעשיתם לתרומת דרגת חופש ויברציונית תקף גם למולקולות פולי-אטומיות, בעלות מספר כלשהו של מודים ויברציוניים, כאשר כל מוד מהווה דרגת-חופש ויברציונית מולקולרית בלתי-תלויה.
3. נתון גז אידיאלי לא מנוון, המכיל N אטומים בנפח V במגע עם אמבט חום בטמפרטורה T . האטומים בעלי ספין $1/2$ ומצויים בשדה מגנטי אחיד B . לכן, בנוסף לאנרגיה הקינטית, יש לכל אטום אנרגיה של $\pm mB$, כאשר m הוא המומנט המגנטי האטומי. אנו מניחים שהגז דליל דיו כך שניתן להזניח אינטראקציות בין המומנטים המגנטיים.
- א. חשבו את פונקציית החלוקה הקנונית של הגז.
- ב. חשבו את קיבול החום בנפח קבוע. שרטטו את קיבול החום כפונקציה של טמפרטורה.
4. נניח שאנו מעוניינים לכלול ערורים אלקטרוניים בפונקציית החלוקה של גז מימן מונואטומי. רמות האנרגיה של האלקטרון באטום מימן הן

$$E_n^{(e)} = -\frac{m_e e^4}{2\hbar^2} \frac{1}{n^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

כאשר לרמה n ניוון של $2n^2$. כתבו ביטוי לתרומה האלקטרונית לפונקציית החלוקה. מה הבעייתיות בביטוי זה? נסו להציע פתרון עקרוני לבעיה.