

**מבחן בקורס תרמודינמיקה סטטיסטית (351.3209)**

פרופ' חיים דימנט

יש לענות על שלוש שאלות מתוך הארבע.

מותר שימוש בכל חומר עזר.

אין צורך לרשום מחדש דברים שנרשמו כבר בספר, במחברת הכתה, בתרגילים או בפתרונותיהם. משך המבחן שלוש שעות.

1. משטח המכיל  $M$  אתרי ספיחה נמצא בטמפרטורה  $T = (k_B \beta)^{-1}$  ובמגע עם גז של חלקיקים

בעלי פוטנציאל כימי  $\mu$ . אתר יכול להיות ריק, מאוכלס בחלקיק אחד (אנרגיית ספיחה  $-\varepsilon$ ),

או מאוכלס בשני חלקיקים (אנרגיית ספיחה  $-3\varepsilon/2$ ).

א. חשבו את הפוטנציאל הגרנד-קנוני של המשטח. (11 נק)

ב. חשבו את המספר הממוצע של חלקיקים ספוחים. (11 נק)

ג. חשבו את האנרגיה הממוצעת של המשטח. (11 נק)

2. משקולת בעלת מסה  $m$  תלויה על חוט באורך  $l$ . האנרגיה שלה,

$$E = E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}} = \frac{J^2}{2ml^2} + \frac{1}{2} mgl\theta^2$$

תלויה ריבועית בתנע הזוויתי  $J$  ובזווית  $\theta$  שיוצר החוט עם האנך. המערכת נמצאת

בטמפרטורה  $T$ , ומתקיים  $k_B T \ll mgl$ . עם זאת, הטמפרטורה גדולה דיה כך שניתן לטפל

במערכת באופן קלאסי.

א. מהי האנרגיה הממוצעת של המשקולת? (10 נק)

ב. מהי הפלקטואציה הריבועית הממוצעת של הזווית,  $\langle \theta^2 \rangle$ , ושל התנע הזוויתי,  $\langle J^2 \rangle$ ?

(12 נק)

ג. זווית ותנע זוויתי הם צמד גדלים המקיים את עקרון אי-הוודאות,  $\sigma_\theta \sigma_J \gtrsim \hbar$ . העריכו את

הטמפרטורה שבה יהפוך העקרון למשמעותי והמערכת תפסיק להתנהג באופן קלאסי.

חשבו את הטמפרטורה הזאת עבור אורך חוט של  $l = 100 \text{ nm}$ . (11 נק)

3. עבור פרמיונים בטמפרטורה  $T = (k_B \beta)^{-1}$  ופוטנציאל כימי  $\mu$  :

א. מהו ממוצע ריבוע האכלוס של מצב חד-חלקיקי,  $\langle n^2 \rangle$ , כפונקציה של אנרגיית המצב,  $\varepsilon$ ?  
(נק 10)

ב. מהי סטיית התקן באכלוס,  $\sigma_n$ , כפונקציה של  $\varepsilon$ ? (נק 10)

ג. כיצד נראית הפונקציה  $\sigma_n(\varepsilon)$  בגבול  $T \rightarrow 0$ ? (נק 6)

ד. שרטטו סכמטית את הפונקציה  $\sigma_n(\varepsilon)$  בטמפרטורה סופית. (נק 7)

4. המומנט המגנטי של אטום,  $\vec{\mu}$ , מתכונתי לתנע הזוויתי שלו,  $\vec{J}$ ,  $\vec{\mu} = \mu_0 \vec{J}$  : כידוע, רכיב של התנע הזוויתי (למשל בכיוון  $z$ ) מקבל את הערכים הבדידים :

$$J_z = m, \quad m = -J, -J+1, \dots, J-1, J$$

עם הפעלת שדה מגנטי בכיוון  $z$ ,  $\vec{B} = B \hat{z}$ , מקבל האטום אנרגיה בשיעור  $\varepsilon = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$ .  
נתון מערך של  $N$  אטומים כאלה, ניתנים להבחנה וללא אינטראקציות ביניהם, בטמפרטורה  $T = (k_B \beta)^{-1}$ .

א. חשבו את פונקציית החלוקה הקנונית. (נק 12)

ב. חשבו את האנרגיה הממוצעת. (נק 12)

ג. חשבו את המגנטיזציה הממוצעת,  $M_z = N \langle \mu_z \rangle$ . (נק 9)

$$\sum_{n=N_1}^{N_2} q^n = q^{N_1} \frac{q^{N_2-N_1+1} - 1}{q-1} \quad \text{עזר:}$$

**בהצלחה!**