

## תרמודינמיקה סטטיסטית

### תרגיל מס' 4: תרמודינמיקה סטטיסטית קלאסית

1. נתון מערך של  $N$  חלקיקים, שלכל אחד מהם מומנט מגנטי  $\vec{m}_j$  בעל גודל אחד  $m$  וכיוון חופשי בשלושה

ממדים. תחת שדה מגנטי  $\vec{B}$  כל חלקיק מקבל אנרגיה בשיעור  $-\vec{m}_j \cdot \vec{B}$ .

א. חשבו את פונקציית החלוקה הקנונית של המערכת.

ב. חשבו את האנרגיה הפנימית ואת המגנטיות הממוצעת,  $\vec{M} = N \langle \vec{m} \rangle$ .

ג. בעיה זו היא מודל להתנהגות של חומר פאראמגנטי. לאיזו בעיה שנפתרה בכתה היא שקולה

מתמטית? כתבו צמדים של גדלים שקולים בשתי הבעיות.

2. לכל משטח הפרדה בין שתי פאזות יש מתח פנים,  $\gamma$ . בשל מתח הפנים, למשטח הפרדה יש אנרגיה

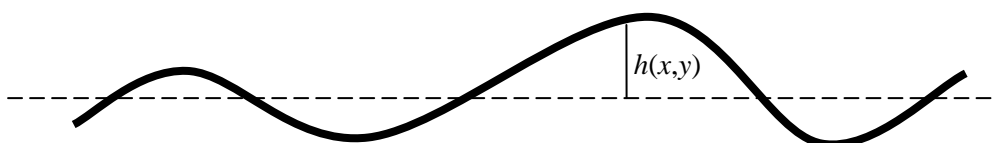
מינימלית כאשר הוא שטוח, שכן אז שטחו מינימלי. אולם בכל טמפרטורה סופית יהיו עירורים תרמיים של

המשטח. אלה נקראים גלים קפילאריים. אם נתאר סטיה מן המצב השטוח באמצעות פונקציית גובה

$h(x, y)$  (ראו איור), אזי ההפרש בין שטחו של המשטח המעוות לבין זה השטוח ניתן בקירוב ע"י

$A - A_0 \approx \int dx dy \frac{1}{2} |\nabla h|^2$ . מכאן שהאנרגיה הכרוכה בעירור כלשהו של המשטח היא

$$E[h(x, y)] = \frac{1}{2} \gamma \int dx dy |\nabla h|^2$$



א. כל עירור ניתן לפירוק למודים עצמיים (פירוק פוריה):  $h(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{q}} \tilde{h}_{\mathbf{q}} e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}}$ , כאשר  $\mathbf{q}$  הוא וקטור גל דו-

ממדי. בטאו את האנרגיה של המשטח באמצעות מודים עצמיים. ניתן להציב ישירות את הפירוק ב- $E$

ולעבוד קצת, או להשתמש ישירות בזהות פרסוואל:  $\int dx dy |f(x, y)|^2 = A_0 \sum_{\mathbf{q}} |\tilde{f}_{\mathbf{q}}|^2$

ב. השתמשו בעקרון החלוקה השווה כדי למצוא מיידית את  $\langle |\tilde{h}_{\mathbf{q}}|^2 \rangle$ , דהיינו, האמפליטודה הריבועית

הממוצעת של גל קפילארי בעל וקטור גל  $\mathbf{q}$ .

ג. אורך הגל הגדול ביותר האפשרי הוא אורך המשטח כולו, כלומר,  $q_{\min} = 2\pi / \sqrt{A_0}$ . מהו ערכו המרבי

של  $\sqrt{\langle |\tilde{h}_{\mathbf{q}}|^2 \rangle}$  עבור משטח הפרדה מים/אוויר ( $\gamma = 0.072 \text{ N/m}$ ) בטמפרטורת החדר?

3. הוכיחו כי עבור גז מונואטומי לא אידיאלי, המתואר ע"י פיתוח ויריאלי מסדר שני, מתקיים

$$U = Nk_B T \left( \frac{3}{2} - \frac{N}{V} T \frac{dB_2}{dT} \right)$$

4.

א. הראו כי פונקציית החלוקה הבאה מובילה למשוואת המצב של ון דר ואלס:

$$Z = \frac{1}{N!} \left( \frac{V - Nb}{\lambda_T^3} \right)^N e^{\beta a N^2 / V}$$

ב. חשבו את האנרגיה הפנימית וקיבול החום של גז ון דר ואלס.