

25/10/10

## תרמודינמיקה סטטיסטית

### תרגיל מס' 1: חישובים בצבר המיקרו-קנוני

1. נתונה מערכת של  $N$  חלקיקים, כל אחד בעל מומנט דיפול מגנטי  $m$ , תחת שדה מגנטי  $\vec{B}$ . האנרגיה של חלקיק  $j$  היא  $\varepsilon_j = -\vec{m}_j \cdot \vec{B}$ . החלקיקים הם בעלי ספין  $1/2$ , ולכן עם הפעלת  $\vec{B}$  המומנט של כל אחד מהם יכול להימצא או בכיוון השדה או בכיוון ההפוך. מכאן, שעבור כל אחד מהם  $\varepsilon_j = \mp mB$ .
- א. חשבו את  $S(U, N, B)$ , האנטרופיה של המערכת כפונקציה של האנרגיה, מספר החלקיקים והשדה המגנטי.
- ב. חשבו את  $U(T, N, B)$ .
- ג. חשבו את  $N_\uparrow - N_\downarrow$ , ההפרש בין המספר הממוצע של חלקיקים בעלי מומנט בכיוון השדה לבין המספר הממוצע של אלה בכיוון הפוך לשדה, כפונקציה של  $(T, N, B)$ . רשמו את המגנטיזציה הממוצעת של המערכת,  $M(T, N, B) = m(N_\uparrow - N_\downarrow)$ .
- ד. מצאו את  $N_\uparrow$  ו- $N_\downarrow$  בנפרד. בחנו את התוצאה בגבול של טמפרטורות נמוכות מאוד וגבוהות מאוד.
2. המודל של איינשטיין למוצק גבישי המורכב מ- $N$  אטומים מניח, כי כל אטום קשור לששת שכניו בקפיצים זהים ובלתי-תלויים. סה"כ מכיל הגביש, אפוא,  $6N/2 = 3N$  אוסצילטורים הרמוניים בלתי-תלויים בעלי תדירות  $\omega$ .
- א. על בסיס החישוב שנעשה בכתה כתבו את  $U(T, V, N)$ .
- ב. מצאו את קיבול החום בנפח קבוע,  $C_V = \left( \frac{\partial U}{\partial T} \right)_{V, N}$ .
- ג. הראו כי בגבול של טמפרטורות גבוהות מקבלים  $C_V \approx 3Nk_B$ . ביטוי זה נקרא חוק Dulong-Petit. מאחר שלא מופיע בו  $\hbar$  ניתן לשער כי אפשר לקבל אותו מחישוב קלאסי, ואכן כך הדבר. חוק זה הוא החוק הקלאסי (לפני הופעת תורת הקוונטים) לקיבול החום של מוצקים. הוא מדויק בטמפרטורות גבוהות דיין ( $k_B T \gg \hbar \omega$ ). בגבול של טמפרטורות נמוכות מאוד ניתן מודל איינשטיין תוצאה לא נכונה.