

25/10/09

תרמודינמיקה סטטיסטית

תרגיל מס' 1: חישובים בצבר המיקרו-קנוני

1. נתונה מערכת של N חלקיקים, כל אחד בעל מומנט דיפול מגנטי m , תחת שדה מגנטי \vec{B} . האנרגיה של חלקיק j היא $\varepsilon_j = -\vec{m}_j \cdot \vec{B}$. החלקיקים הם בעלי ספין $1/2$, ולכן עם הפעלת \vec{B} המומנט של כל אחד מהם יכול להימצא או בכיוון השדה או בכיוון ההפוך. מכאן, שעבור כל אחד מהם $\varepsilon_j = \mp mB$.
- א. חשבו את $S(U, N, B)$, האנטרופיה של המערכת כפונקציה של האנרגיה, מספר החלקיקים והשדה המגנטי.
- ב. חשבו את $U(T, N, B)$.
- ג. חשבו את $N_\uparrow - N_\downarrow$, ההפרש בין המספר הממוצע של חלקיקים בעלי מומנט בכיוון השדה לבין המספר הממוצע של אלה בכיוון הפוך לשדה, כפונקציה של (T, N, B) . רשמו את המגנטיזציה הממוצעת של המערכת, $M(T, N, B) = m(N_\uparrow - N_\downarrow)$.
- ד. מצאו את N_\uparrow ו- N_\downarrow בנפרד. בחנו את התוצאה בגבול של טמפרטורות נמוכות מאוד וגבוהות מאוד.
2. המודל של איינשטיין למוצק גבישי המורכב מ- N אטומים מניח, כי כל אטום קשור לששת שכניו בקפיצים זהים ובלתי-תלויים. סה"כ מכיל הגביש, אפוא, $6N/2 = 3N$ אוסצילטורים הרמוניים בלתי-תלויים בעלי תדירות ω .
- א. על בסיס החישוב שנעשה בכתה כתבו את $U(T, V, N)$.
- ב. מצאו את קיבול החום בנפח קבוע, $C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_{V, N}$.
- ג. הראו כי בגבול של טמפרטורות גבוהות מקבלים $C_V \approx 3Nk_B$. ביטוי זה נקרא חוק Dulong-Petit. מאחר שלא מופיע בו \hbar ניתן לשער כי אפשר לקבל אותו מחישוב קלאסי, ואכן כך הדבר. חוק זה הוא החוק הקלאסי (לפני הופעת תורת הקוונטים) לקיבול החום של מוצקים. הוא מדויק בטמפרטורות גבוהות דיין ($k_B T \gg \hbar \omega$). בגבול של טמפרטורות נמוכות מאוד ניתן מודל איינשטיין תוצאה לא נכונה.