

כימיה פיזיקלית 2 – תרגיל מספר 7

1. (20 נק') המיואון הינו חלקיק בעל תכונות דומות לאלו של האלקטרון אך בעל מסה שונה: $m_\mu = 207m_e$. כאשר m_e הינה מסת האלקטרון ו- m_μ מסת המיואון. המערכת הפיזיקלית הנוצרת ע"י החלקיק μ^+ ואלקטרון נקראת מיואונים. המיואונים מתנהג כאיזוטופ קל של מימן והמשיכה האלקטרוסטטית בין המיואון החיובי לבין האלקטרון זהה לזו שבין הפרוטון לאלקטרון. קיבעו מהי אנרגיית היוניזציה ומהו רדיוס בוהר של המיואונים.

2. (20 נק') אטום המימן

מצב הייסוד של אלקטרון באטום המימן מתואר ע"י פונקציית הגל הבאה:

$$\psi_{1s} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{1}{a_0}\right)^{3/2} e^{-r/a_0} ; a_0 = \frac{\hbar^2}{m_e e^2} = 0.529 \text{ \AA}$$

א. חשבו את ערכי התצפית של \hat{L}^2 , \hat{P}^2 ו- \hat{L}_z עבור מצב הייסוד.

ב. מצאו ערך התצפית של אופרטור האנרגיה הקינטית: $\langle \hat{T} \rangle$.

ג. הראו כי ψ_{1s} עצמית להמילטוניאן של אטום המימן. מהו הערך העצמי המתאים?

3. (20 נק') מישורי צומת רדיאליים

החלק הרדיאלי של פונקציית הגל ψ_{2s} של אלקטרון באטום המימן ניתן ע"י:

$$R_{2s} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{1}{a}\right)^{3/2} \left(1 - \frac{r}{2a}\right) e^{-r/2a}$$

$$. P(r) = r^2 R_{nl}^2(r) : \text{הגרעין ניתנת ע"י}$$

א. לאילו ערכי r מתאפסת צפיפות ההסתברות למציאת האלקטרון?

ב. באילו ערכי r צפיפות זו מקסימלית?

4. (20 נק') פונקציות הגל האלקטרוניות

א. הוכיחו כי אם מתקיים: $\hat{H}\psi_1 = E_1\psi_1$ ו- $\hat{H}\psi_2 = E_1\psi_2$ כך ש- ψ_2, ψ_1 מנוונים אזי

קומבינציה ליניארית שלהם גם היא עצמית ובעלת אותו הערך העצמי:

$$. \hat{H}(c_1\psi_1 + c_2\psi_2) = E_1(c_1\psi_1 + c_2\psi_2)$$

ב. פתרון משוואת שרדינגר הסטציונארית עבור אטום המימן מניב, בין היתר, את פונקציות הגל הבאות:

$$\psi_{2p-1} = be^{-Zr/2a} r \sin(\theta) e^{-i\phi} ; \psi_{2p0} = ce^{-Zr/2a} r \cos(\theta) ; \psi_{2p+1} = be^{-Zr/2a} r \sin(\theta) e^{i\phi}$$

השתמשו בקשרים הטריגונומטריים הבאים:

$$e^{i\phi} = \cos\phi + i \sin\phi ; e^{-i\phi} = \cos\phi - i \sin\phi$$

בכדי למצוא פונקציות גל ממשיות עצמיות להמילטוניאן אטום המימן מתוך הפונקציות הרשומות מעלה. זהו את הפונקציות שקיבלתם עם הפונקציות $2p_z, 2p_y, 2p_x$.

5. מודל האטום של בוהר (20 נק') 5

Bohr הניח, תחת ההקבלה בין הכוח המרכזי הגרביטציוני לכוח המרכזי החשמלי, כי בדומה לתנועת כוכבי הלכת במערכת השמש נעים האלקטרונים באטום המימן בתנועה מעגלית סביב גרעין מסיבי בעל מטען פרוטוני נתון.

הביטוי הקלאסי לאנרגיית המערכת הנו: $E = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{ze^2}{r}$. ממאזן כוחות קלאסי על האלקטרון

$$\text{מתקיים כי: } F_{\text{קולומבי}} = \frac{mv^2}{r} = \frac{ze^2}{r^2} = F_{\text{צנטריפוגלי}}.$$

בכדי להתאים את המודל לתצפיות ניסיוניות נדרש להניח כי התנע הזוויתי מקוונטת, כלומר:

$$L = |\vec{P} \times \vec{r}| = mvr = n\hbar ; n = 1, 2, \dots$$

א. בעזרת המשוואות שנרשמו פתחו נוסחה לתלות של רדיוס התנועה של האלקטרון במטען הגרעין Z וברמת האנרגיה n . (השתמשו בהגדרת רדיוס בוהר: $(a_0 \equiv \hbar^2 / (me^2))$).

ב. מהו הביטוי עבור האנרגיה של האלקטרון כפונקציה של המספר הקוונטי n ?

ג. אנרגיית פוטון ניתנת ע"י הביטוי $E_{\text{photon}} = h\nu = \hbar\omega = \frac{hc}{\lambda}$. הוכיחו כי הביטוי עבור

ספקטרום אטום המימן של בוהר ניתן ע"י: $\frac{1}{\lambda} = Z^2 R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)$ כאשר n, m מספרים

שלמים חיוביים המייצגים שתי רמות אנרגיה שונות, Z מטען הגרעין, λ אורך הגל של האור

$$\text{הנפלט/נבלע, ו- } R \text{ קבוע רידברג הניתן ע"י: } R \equiv e^2 / (2hca_0).$$

ד. מהו אורך גל דה-ברולי של אלקטרון במצב הייסוד ($n=1$) באטום המימן וביון He^+ (בטאו

תשובותיכם ב- A^0 וביחידות אטומיות)

ה. מהי אנרגיית היוניזציה של אטום המימן עפ"י מודל בוהר? (בטאו תשובותיכם ב- eV

וביחידות אטומיות)

כימיה פיזיקלית 2 - תרגיל כיתה מספר 7

1. אורביטלים אטומיים – אטום המימן

- א. מהי הנקודה (לא רדיוס!) המסתברת ביותר למציאת האלקטרון באורביטל $2p$ באטום המימן?
- ב. חשבו את ערך התצפית של הרדיוס באורביטלים $1s, 2s$ ו- $2p$ באטום המימן.
- ג. בשנת 1976 חשבו מדענים בטעות כי האטום ה"על-כבד" הראשון נתגלה בדוגמה של מיקה. המדענים האמינו כי מספרו האטומי של האטום שנתגלה הנו – 126. העריכו את המרחק המסתבר ביותר למציאת האלקטרונים הפנימיים ביותר מגרעינו של אטום זה. (באטומים "על-כבדים" אפקטים יחסותיים הנם מכריעים. בחישובים הזניחו אפקטים אלו וכן הזניחו את הדחייה הבין-אלקטרונית).

2. הערכת גודל אטום המימן באמצעות עיקרון אי-הודאות

- א. השתמשו ב אורך גל דה-ברולי ע"מ להעריך את גודל אטום המימן במצב הייסוד ואת אנרגיית היוניזציה במצב זה.
- ב. 'גודל' האטום מוגדר בד"כ כרדיוס כדור המכיל 90% מצפיפות המטען של האלקטרונים המאוכלסים באורביטלים החיצוניים ביותר. חשבו את 'גודלו' של אטום המימן במצב הייסוד עפ"י הגדרה זו. ($R=2.661a_0$)