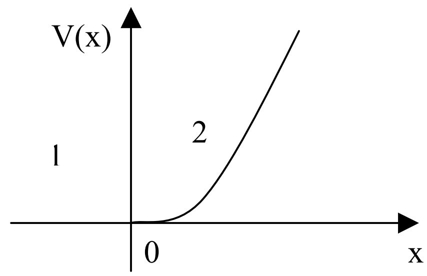
חלקיק בקופסא הרמונית

כדי שהחלקיק ישאר בגבולות הקופסא הפוטנציאל צריך להיות מוגדר כך:

$$V(x)=\begin{cases}\infty & x\le 0\\ \frac{1}{2}kx^2 & x>0\end{cases}$$



פונקציית הגל של בעיה זו היא סופית וכך גם נגזרותיה. ולכן כדי שפונקציית הגל תקיים את משוואת שרדינגר היא צריכה להתאפס באזור בו הפוטנציאל הוא אינסופי:

$$\Psi_1(x)=0$$
$$\Psi_2(x)\equiv\Psi(x)$$

נרשום את משוואת שרדינגר עבור האיזור השני:

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2}+\frac{1}{2}kx^2\Psi=E\Psi$$

הפתרון הכללי של מודל זה יהיה זהה לפתרון של אוסילטור הרמוני:

$$\Psi(x)=N_vH_v\left(\alpha^{1/12}x\right)e^{-\alpha x^2/2}$$

תנאי השפה של הבעיה הם:

$$\Psi(0)=0$$
$$\Psi(\infty)=0$$

עד עכשיו כתבנו את הפתרון הכללי של הבעיה. אך במקרה ספציפי זה יש לכתוב את הפתרון עבור מספר קוונטי אי זוגי שכן פונקציית הגל מתאפסת עבור זוגי. ולכן פונקציית הגל תהיה:

$$\Psi_n(x)=N_{2n+1}H_{2n+1}\left(\alpha^{1/2}x\right)e^{-\alpha x^2/2}$$

$$E_n=\hbar\omega\left(v+1+\frac{1}{2}\right)=\hbar\omega\left(v+\frac{3}{2}\right)$$

המרווח האנרגטי הוא $2\hbar\omega$