

.1

התבניות שבמחלקה

1.1 - חלוקת כמות פריטים לקבוצות בגודל נתון

1.2 - זוגיות של מספר

1.3 - פירוק מספר דו-ספרתי לספרותיו

1.4 - פירוק מספר כלשהו לספרותיו

1.5 - בניית מספר מספרות בודדות

1.6 - האם מספר הוא ראשוני

נקודת מוצא: שני מספרים שלמים חיוביים N ו- M .
 N - כמות פריטים ו- M - מספר פריטים בקבוצה.
מטרה: מספר הקבוצות המלאות בחלוקה של N הפריטים לקבוצות בגודל M .

אלגוריתם:

Groups $\leftarrow M \div N$ *מנת החלוקה*

נקודת מוצא: שני מספרים שלמים חיוביים N ו- M .
 N - כמות פריטים ו- M - מספר פריטים בקבוצה.
מטרה: מספר הפריטים העודף בחלוקה של N הפריטים לקבוצות בגודל M .

אלגוריתם:

Leftover $\leftarrow M \bmod N$ *אפיית החלוקה*

הערות

- הפריטים בתבנית יכולים להיות עצמים בדידים כלשהם; כגון - שולחנות, כדורים, אנשים, ואף מספרים. הפריטים מחולקים לקבוצות בגודל אחיד. החישוב בתבנית הוא של המספר המרבי של קבוצות מלאות (בגודל האחיד) שניתן ליצור ושל מספר הפריטים הנוותרים (כמותם בהכרח תהיה קטנה מן הגודל האחיד).
 לדוגמה, שולחנות יחולקו לחדרים, כאשר בכל חדר ניתן להכניס קבוצת שולחנות בכמות נתונה; במקרה זה הפריטים הם השולחנות וגודל קבוצה מלאה הוא תכולת חדר (מספר השולחנות שניתן להכניס בו). כאשר נתון מספר השולחנות הכולל ונתונה תכולת חדר, ניתן לחשב את מספר החדרים שניתן למלא במלואם בשולחנות ואת מספר השולחנות הנוותרים לאחר מילוי זה. למשל, אם מספר השולחנות הכולל הוא 50 ותכולת חדר היא 8, אזי ניתן למלא במלואם 6

חדרים וייוותרו 2 שולחנות; אם תכולת חדר היא 10, אזי ניתן למלא במלואם 5 חדרים ולא יהיו שולחנות נותרים.

- תבנית זו היא בסיסית ביותר ושימושית בחישובים רבים, ובהם כל החישובים של מנה ושארית של מספרים שלמים. התבנית משמשת הן כתבנית עיקרית בבעיות חישוב של ערכים בדידים, כפי שיוצג בשאלות הבאות, והן כתבנית משנית בחישובים מורכבים שונים, כפי שיוצג בשאלות מתקדמות יותר (המשלבות תבניות נוספות).
- המטלה הראשונית שיש לבצע עם ההחלטה להשתמש בתבנית היא לזהות בתאור של בעיה אלגוריתמית נתונה מהם הפריטים ומהו גודל קבוצה.

שאלות

שאלה 1.1.1

במפעל זכוכית אורזים 8 כוסות בקופסת קרטון. מחיר הקרטון של קופסה הוא 0.5 ש"ח. יש לפתח אלגוריתם אשר הקלט שלו הוא מספר כוסות המיועדות לאריזה, והפלט שלו הוא: מספר הקופסאות המלאות (בכוסות) שניתן לארוז, המחיר הכולל של הקרטון הדרוש לאריזה, ומספר הכוסות שנותרו בתפזורת. כדי לבצע את המשימה הדרושה נבחרו המשתנים הבאים וקטע התכנית המוצג אחריהם:

Glasses - מספר הכוסות הכולל

Boxes - מספר הקופסאות

Left - מספר הכוסות הנותרות

Price - מחיר האריזה

מאנר *le תלוקת* - *g* Boxes ← _____
Price ← _____
מאנית *le תלוקת* - *g* Left ← _____
הצג *le* את *g* Boxes, Price -/Left.

א. השלם את קטע התכנית.

ב. קטע התכנית מבוסס על תבנית 1.1. תאר את הקשר בין קטע התכנית לתבנית על-ידי הצגת ההתאמה בין משתני קטע התכנית למשתני התבנית (M ו-N) ועל-ידי סימון משפטי קטע התכנית המבטאים את השימוש בתבנית.

■

שאלה 1.1.2

לקראת הטיול השנתי של שכבת י', יש להזמין חדרים באכסניה. בכל חדר באכסניה יש אותו מספר מיטות. יש לפתח אלגוריתם שהקלט שלו הוא מספר התלמידים היוצאים לטיול ומספר המיטות בחדר באכסניה, והפלט שלו הוא: מספר החדרים שניתן למלא במלואם, מספר החדרים הכולל שיש להזמין, ומספר המיטות שיייוותרו פנויות בחדר שלא יהיה מלא אם אכן יהיה חדר כזה.

- א. מהי התבנית העיקרית בה תשתמש לפתרון הבעיה?
ב. בחר משתנים עיקריים ותאר את ההתאמה בינם לבין משתני התבנית שבחרת.
ג. כתוב פסאודו-קוד לפתרון הבעיה, וסמן בו את קטעי השימוש בתבנית.

■

שאלה 1.1.3

- ששת המספרים הראשוניים הקטנים ביותר הם 2, 3, 5, 7, 11, 13. מספר קטן ממיליון אשר הוא כפולה של (מתחלק ללא שארית על-ידי) שלושת המספרים בחצי השני של השישייה (7, 11, 13) הוא בצורה $XYZXYZ$, כאשר X, Y, Z מייצגים ספרות בין 0 ל-9. יש לפתח אלגוריתם שהקלט שלו הוא מספר שלם חיובי קטן ממיליון והפלט שלו הוא הודעה האם הקלט הוא מספר מהצורה $XYZXYZ$.
- א. תאר בקצרה את הרעיון לפתרון, וציין מהן התבניות העיקריות בהן תשתמש. האם תשתמש בתבנית כלשהי יותר מפעם אחת?
- ב. בחר משתנים עיקריים ותאר את ההתאמה בינם לבין משתני התבניות שבחרת.
- ג. כתוב פסאודו-קוד לפתרון הבעיה, וסמן בו את קטעי השימוש בתבניות/יות, לפי שייכותם.

■

שאלה 1.1.4

- מספר טבעי נקרא "משוכלל" אם הוא שווה לסכום כל המספרים הטבעיים הקטנים ממנו ומחלקים אותו. יש לפתח אלגוריתם אשר הקלט שלו הוא מספר טבעי והפלט שלו הוא הודעה האם המספר הוא אכן מספר "משוכלל".
- א. בפתרון הבעיה יש לשלב את התבנית 1.1 בתבנית אחרת. מהי התבנית האחרת?
- ב. בחר משתנים עיקריים ותאר את ההתאמה בינם לבין משתני התבניות שבפתרון.
- ג. כתוב פסאודו-קוד לפתרון הבעיה, וסמן בו את קטעי השימוש בתבניות, לפי שייכותם.

■

1.2 -

נקודת מוצא: מספר שלם Num.

מטרה: בדיקה האם Num הוא מספר זוגי.

אלגוריתם:

Even \leftarrow *אפריית החלוקה se Num 2-2 0-f*

נקודת מוצא: מספר שלם Num.

מטרה: בדיקה האם Num הוא מספר אי-זוגי.

אלגוריתם:

Odd \leftarrow *אפריית החלוקה se Num 2-2 0-n*

הערות

- בדיקת זוגיות של מספר רלוונטית בהקשרים רבים במדעי המחשב, בין השאר עקב השימוש שנעשה בייצוג של מספרים בבסיס בינרי. לדוגמה, בדיקת זוגיות של מספר בינרי מעידה האם הביט הימני ביותר במספר הוא 0 או 1. במקרה זה בדיקת זוגיות היא בעצם מקרה פרטי של התבנית 1.1 שבה גודל קבוצה הוא 2 והערך המחושב הוא שארית החלוקה ב-2.
- התבנית לעיל הינה אחת מתבניות הבסיס בביטויים חשבוניים עם מספרים שלמים.
- התבנית היא במובן מסויים מקרה פרטי של חלק 'חישוב שארית' בתבנית הקודמת (1.1) - "חלוקת כמות פריטים לקבוצות בגודל נתון". בשימוש כאן מתאים המשתנה Num למשתנה N שבתבנית 1.1, והערך 2 מתאים למשתנה M שבתבנית 1.1.

שאלות

שאלה 1.2.1

נתונים שני מספרים שלמים Num1 ו-Num2. יש לכתוב ביטוי בוליאני, הבודק האם אחד משני המספרים זוגי והאחר אי-זוגי. לפניך מספר ביטויים בוליאניים לביצוע המשימה, המבוססים על שימושים שונים בתבנית 1.2. השלם כל אחד מהם.

א.

(0 _____ 2-ג Num1 *לע* *התאוקה* *לע*)
0 _____ 2-ג Num2 *לע* *התאוקה* *לע* *לע*
/א

(0 _____ 2-ג Num1 *לע* *התאוקה* *לע*)
0 _____ 2-ג Num2 *לע* *התאוקה* *לע* *לע*

ב.

0 _____ 2-ג Num1 + Num2 *לע* *התאוקה* *לע*

ג.

_____ 2-ג Num1 *לע* *התאוקה* *לע* _____ 2-ג Num2 *לע* *התאוקה* *לע*

■

שאלה 1.2.2

מורה מעוניינת לחלק את תלמידיה לזוגות לצורך מבצע התרמה שבו הם נוטלים חלק. 1. יש לפתח אלגוריתם שהקלט שלו הוא מספר התלמידים בכיתה, והפלט שלו הוא הודעה האם ניתן להתאים בן-זוג לכל תלמיד. א. מהי התבנית העיקרית בה תשתמש לפתרון הבעיה? ב. כתוב פסאודו-קוד לפתרון הבעיה, וסמן בו את קטעי השימוש בתבנית. 2. כדי שיוכלו להשתתף במבצע מספר רב ביותר של תלמידים, הוחלט בביה"ס לאפשר לתלמידים מכיתות שונות שנותרו בלי בני-זוג להתרים עם תלמידים כמוהם מכיתות אחרות. יש לפתח אלגוריתם שהקלט שלו הוא מספרי התלמידים ב-10 כיתות השכבה, והפלט שלו הוא: הודעה לכמה תלמידים בשכבה אין בני-זוג בכתתם, וכמה זוגות ניתן ליצור מתוך אותם תלמידים. ג. תאר בקצרה את הרעיון לפתרון, וציין מהן התבניות העיקריות בהן תשתמש. ד. בחר משתנים עיקריים ותאר את ההתאמה בינם לבין משתני התבניות שבחרת. ה. כתוב פסאודו-קוד לפתרון הבעיה, וסמן בו את קטעי השימוש בתבניות, לפי שייכותם.

■

שאלה 1.2.3

חברת "מודיעין אזרחי" מצפינה את מספרי הקוד של לקוחותיה באופן הבא: כל ספרה אי-זוגית הופכת לזוגית ע"י הפחתה של 1. כל שאר הספרות נשארות ללא שינוי. לדוגמה: עבור המספר 921 יתקבל הקוד 820, ועבור המספר 129 יתקבל הקוד 28. יש לפתח אלגוריתם שהקלט שלו הוא מספר תלת-ספרתי של לקוח, והפלט שלו הוא המספר מוצפן.

- א. חלק את המשימה המוגדרת בבעיה לתת-משימות, וציין עבור כל תת-משימה את התבנית העיקרית שתבחר לביצועה.
- ב. בחר משתנים עיקריים ותאר את ההתאמה בינם לבין משתני התבניות שבחרת.
- ג. כתוב פסאודו-קוד לפתרון הבעיה, וסמן בו את קטעי השימוש בתבניות, לפי שייכותם.

■

שאלה 1.2.4

נניח עתה, כי חברת "מודיעין אזרחי" מצפינה את מספרי הקוד של לקוחותיה בדרך אחרת: כל ספרה אי-זוגית הופכת לזוגית ע"י הוספת 1 לספרה "בצורה מעגלית". כל שאר הספרות נשארות ללא שינוי. לדוגמה: עבור המספר 921 יתקבל המספר 22 ועבור הקוד 129 יתקבל הקוד 220 (שים לב שהה-9 מומר ל-0).

שנה את האלגוריתם שכתבת בתשובה לשאלה הקודמת כך שיתאים לשיטת ההצפנה החדשה.

■