José Ferreirós Dominguez, *El Nacimiento de la Teoría de Conjuntos, 1854-1908*, Ediciones de la Universidad Autónoma de Madrid, 1992, 394 pp.

Reseñado por Leo Corry - *Llull* 19 (1996): 613-617

El desarrollo de la teoría de los conjuntos y la significación del papel central que se le ha otrogado en las matemáticas del presente siglo han atraído consistentemente la atención de historiadores y filósofos de esta disciplina. Como parte de ello, la obra de Georg Cantor, y el mito que se ha desarrollado en torno a él, han despertado especial interés, hasta el punto de que en diferentes ocasiones se lo ha señalado como creador único e indisputado de la teoría. Partiendo de una revisión sistemática de la amplia historiografía existente en este tema, junto con un análisis de las tendencias que la han caracterizado y de las deficiencias que la han afectado, José Ferreirós ha asumido en este libro la labor de proponer una nueva interpretación de este tan central capítulo en la historia de las matemáticas modernas.

En el capítulo introductorio, Ferreirós cuestiona no sólo la centralidad exagerada que se le ha concedido a Cantor en este proceso, sino también la idea bastante aceptada—y en gran medida relacionada con la anterior—que la teoría de los conjuntos nació directamente a partir de las necesidades de los fundamentos del análisis. Ferreirós pretende introducir en su libro una perspectiva histórica más amplia, en la cual estos dos aspectos del desarrollo aquí considerado, sin dejar de ser centrales, aparecen como parte de una corriente mucho más comprensiva y compleja.

El análisis de Ferreirós se basa en una serie de matizaciones históricas y matemáticas, claramente concebidas y sistemáticamente elaboradas a lo largo del texto, que efectivamente logran presentar este tan trillado tema bajo una nueva y original concepción. La diferenciación básica sobre la cual el análisis de Ferreirós se conduce, discierne entre el desarrollo de una nueva teoría matemática dotada de interés intrínseco y de valor investigativo autónomo, por un lado, y la introducción de la idea de conjunto como lenguaje, o más bien como posible fundamento, de la matemática en general, por otro lado. Ferreirós se refiere a estos dos aspectos como “la teoría abstracta de los conjuntos” y “el enfoque conjuntista de la matemática”, respectivamente, y afirma que, en una primera etapa, ellos se produjeron por separado y bajo condiciones históricas diferentes, y que tan sólo después convergieron en sus desarrollos. Paralela a esta diferenciación, Ferreirós analiza la introducción del infinito actual en la matemática. Por un lado tenemos la aceptación de facto de esta idea y su uso a manos de los matemáticos en diferentes contextos, y por otro lado tenemos el análisis sistemático de este infinito, en el marco de una teoría matemática de las colecciones transfinitas.

Los eventos analizados por Ferreirós giran alrededor de las obras de tres figuras principales: Riemann, Dedekind, y Cantor. Ferreirós acentúa la importancia del enfoque matemático idiosincrático desarrollado en Göttingen en la decada de los 1850, bajo la influencia de Gauss. Riemann y Dedekind fueron, junto con Dirichlet, los representates más destacados de esta escuela. Cantor, tal como Ferreirós demuestra, llegó a sus ideas sobre conjuntos influenciado por áquellos. A fin de preparar el trasfondo necesario para desarrollar este punto central de la tesis expuesta en el libro, el capítulo II se dedica a presentar el contexto intelectual e institucional de las universidades alemanas durante el siglo XIX, con especial atención a las divergentes tradiciones de Götttingen y Berlín desde 1850. En la tradición de Göttingen, que daba prioridad a los argumentos conceptuales frente al cálculo elaborado y las representaciones particulares, Ferreirós ve el escaño que dió pie a la adopción del enfoque conjuntista.

Ferreirós considera la obra de Riemann, y en especial el concepto de variedad por él introducido, como principal punto de partida del enfoque conjuntista en matemáticas. En el capítulo III se analizan los trabajos de Riemann en teoría de funciones y geometría diferencial, así como su famosa lectura de habilitación de 1854 sobre los fundamentos de la geometría (publicada tan sólo en 1868 por Dedekind). Ferreirós atrae la atención del lector especialmente a la forma en que Riemann se basó en ideas conjuntistas para formular los conceptos básicos de la matemática, a la vez que mostraba directamente la relevancia de las consideraciones topológicas por medio de sus importantes contribuciones a diversas disciplinas.

Estos aspectos de la obra de Riemann, sin embargo, dejaron muchas preguntas sin contestar. Ferreirós muestra en los capítulos siguientes cómo las contribuciones de Dedekind y Cantor quedan directamente conectadas a aquellas preguntas—Dedekind al intentar caracterizar más precisamente el concepto de variedad y su conexión con la aritmética de los números naturales y de los cuerpos de números algebraicos, y Cantor al concentrarse en la fundamentacion de este mismo concepto en relación con la idea de dimensión y con el estudio de los numeros reales. Estos son los tópicos que se analizan en gran detalles en los capítulos IV-IX, que constituyen la parte central del libro.

En el capítulo X Ferreirós analiza retrospectivamente los enfoques filosóficos subyacentes a los trabajos de Riemann, Dedekind y Cantor, cada cual por separado. En el capítulo XI, antes de un breve capítulo de conclusión, se discute la difusión de la teoría siguiendo la obra de Cantor; ésto incluye secciones sobre las antinomias, la axiomatización de la teoría a manos de Zermelo y los comienzos de la topología como disciplina autónoma.

Como ejemplo del tipo de análisis que Ferreirós nos presenta en su libro, y el cual el lector podrá encontrar digno de especial interés, quisiera mencionar la discusión sobre el nacimiento del concepto de cardinal, que aparece en el capítulo VII. Esta discusión abarca el período entre 1873 y 1878, en el cual Cantor no sólo desarrolló este concepto, sino que también demostró la no-numerabilidad de los reales y elaboró la hipótesis del continuo. Estos resultados obviamente fueron fundamentales para el inicio de la teoría abstracta de los conjuntos y del tratamiento matemático del infinito actual. Sin embargo, como Ferreirós muestra aquí, la perspectiva conjuntista de las matemáticas—que ya Riemann había adoptado en forma clara y sistemática en diversas ramas—aparece en esta etapa de la obra de Cantor de manera muy poco clara y tan sólo como vago trasfondo. Dado que a estas alturas Cantor todavía tenía en mente a la escuela berlinesa de Weierstrass—en la cual él mismo se había educado—como la principal audiencia a la cual quería dirigirse, sus artículos tendían a resaltar los aspectos constructivos de las demostraciones, a costa de las nuevas ideas conjuntistas que ya iban emergiendo en su obra.

El desarrollo de su propio enfoque conjuntista, que llegó eventualemente a fusionarse con los elementos de la teoría abstracta gradualmente elaborada por Cantor, recibió un impulso decisivo a la luz de la relación que trabó con Dedekind en 1872. Esta relación ha quedado plasmada en la correspondencia entre estos dos matemáticos, correspondencia que ha sido anteriormente analizada en varias ocasiones por diversos autores, aunque de forma un tanto parcial. En este capítulo, Ferreirós combina un estudio detallado de la correspondencia con los temas más arriba mencionados para mostrar, en primer lugar, el caracter complejo y variable de esta relación, y en segundo lugar—lo que es más importante—cómo esta relación contribuyó de manera decisiva a fraguar los aspectos básicos de sus respectivas contribuciones matemáticas (más las de Cantor que las de Dedekind). Cantor encontró en Dedekind, por primera vez, un lector dispuesto a enfrentarse a sus ideas y valorarlas hasta sus últimas consecuencias. Dedekind, dado su caracter minucioso hasta la pedantería, fue capaz de críticar importantes detalles de las ideas cantorianas y de estimular su adicional elaboración .

Además, como se ve en capítulos anteriores, Dedekind mismo había hecho importantes contribuciones a la terería de los números algebraicos, en las cuales—bajo la clara influencia de Riemann—el enfoque conjuntista servía como punto de partida y fundamento. Ferreirós también documenta agudamente los altibajos que se dieron en las complejas relaciones personales entre Dedekind y Cantor, y muestra cómo éstos se reflejaron en las cambiantes facetas de sus respectivas obras.

Así pues, este capítulo ejemplifica la manera en que los varios motivos centrales del libro se combinan para interpretar de manera novedosa el significado histórico de estos conocidos acontemientos.

El trabajo de Ferreirós es encomiable desde varios puntos de vista. En primer lugar, como ya lo mencioné, la idea misma detrás del libro y las tésis básicas que desarrolla son a la vez novedosas y convincentes, lo cual es nada trivial para un tema como el aquí considerado. En segundo lugar, el nivel de *scholarship* (me disculpo por el uso de una palabra inglesa, pero me parece que el equivalente castellano, erudición, no expresa la que quiero decir aquí) es remarcable. Ferreirós discute clara y autoritativamente obras matemáticas (y en menor cantidad, también filosóficas) que cubren una amplia gama de disciplinas y un rango temporal considerable, prestando atención tanto al contenido directo como al contexto histórico y sabiendo sonsacar en cada caso los aspectos relevantes a la narrativa general que él desarrolla. Ferreirós ha sabido combinar, en su análisis, trabajos matemáticos publicados con cartas personales (especialmente entre Dedekind y Cantor), usando éstas últimas de manera muy efectiva para apoyar sus interpretaciones de áquellos. A la vez, la extensa literatura secundaria que existe en este tema es revisada comprensivamente y con gran sentido crítico.

El lector de habla castellana puede considerarse afortunado de tener a su disposición este importante trabajo que sin duda imprimirá un sello notable en la aún reducida historiografía de la matemática que se ocupa de finales del siglo pasado y principios del presente. Tal vez sea importante dirigir en esta opotunidad a los editores algunos comentarios concernientes al formato, que estorba a veces la lectura fluída y el uso cómodo del libro (aunque afortunadamente no llegan a mermar su calidad). Así por ejemplo, la falta de un índice analítico en un libro de este tipo es inexplicable e imperdonable. Tampoco ayuda al lector la ausencia de encabezamientos en cada página, que indiquen al lector que busca alguna información específica, en qué sección uno se encuentra al hojear.

En resumen, este notable libro servirá por igual a lectores con preparación matemática que se aproximan por vez primera a la lectura de material histórico, y a historiadores que buscan una evaluación crítica del corpus existente y conocido en su dominio. Ambos tipos de lectores reconocerán sin duda el valioso aporte del análisis aquí desarrollado por el autor.